**Оп-оп, плывём-плывём**

Прядко О. А.

Научный руководитель: Байгашов А. С.

**Аннотация**

В работе смоделирован процесс движения не тонущего тела по волнам.

**Введение**

Почти у каждого в жизни хоть раз возникал вопрос по какому закону движутся корабли по волнам. Я решил смоделировать данный процесс. Отыскание траектории движения по волнам, например, в шторм позволит навигационным системам точно определять местоположение кораблей. Это может понадобиться как и военным для создания самонаводящихся ракет, так и гражданским для нахождения и спасение людей.

Для этого используется волновое уравнение для одномерного случая, известное также как уравнение колебания струны. Для визуализации используется Python и библиотеки NumPy, Matplotlib.

Таким образом, целью работы является построение модели волнового движения в одномерном случае. Для решения этой задачи необходимо визуализировать с помощью языка программирования Python уравнение колебания струны, взяв в качестве параметра время.

**Постановка задачи**

Для описания данного события необходимо найти аналитическое решение волнового уравнения в одномерном случае.

В однородном волновом уравнении

https://latex.codecogs.com/png.latex?u_%7Btt%7D-a%5E%7B2%7Du_%7Bxx%7D%3D0

сделаем замену переменных

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cxi%3Dx&plus;at%2C

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Ceta%3Dx-at.

Введём обозначение

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u%28x%2Ct%29%3DV%28x&plus;at%2Cx-at%29%3DV%28%5Cxi%2C%5Ceta%29.

Используя формулы дифференцирования сложной функции, получим

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Bx%7D%3DV_%7B%5Cxi%7D%5Cxi_%7Bx%7D&plus;V_%7B%5Ceta%7D%5Ceta_%7Bx%7D%3DV_%7B%5Cxi%7D&plus;V_%7B%5Ceta%7D%2C

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Bt%7D%3DV_%7B%5Cxi%7D%5Cxi_%7Bt%7D&plus;V_%7B%5Ceta%7D%5Ceta_%7Bt%7D%3Da%28V_%7B%5Cxi%7D-V_%7B%5Ceta%7D%29%2C

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Bxx%7D%3DV_%7B%5Cxi%5Cxi%7D&plus;2V_%7B%5Cxi%5Ceta%7D&plus;V_%7B%5Ceta%5Ceta%7D%2C

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Btt%7D%3Da%5E%7B2%7D%28V_%7B%5Cxi%5Cxi%7D-2V_%7B%5Cxi%5Ceta%7D&plus;V_%7B%5Ceta%5Ceta%7D%29.

После подстановки вторых производных https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Bxx%7D и https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u_%7Btt%7D в уравнение (1.1) будем иметь

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20V_%7B%5Cxi%5Ceta%7D%3D0.

Положим

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cfrac%7B%5Cpartial%20V%28%5Cxi%5Ceta%29%7D%7B%5Cpartial%20%5Ceta%7D%3DW%28%5Cxi%2C%5Ceta%29.

В силу (1.3) функция https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20W%28%5Cxi%2C%5Ceta%29 удовлетворяет уравнению

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cfrac%7B%5Cpartial%20W%28%5Cxi%5Ceta%29%7D%7B%5Cpartial%20%5Cxi%7D%3D0

Отсюда следует, что функция https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20W%28%5Cxi%2C%5Ceta%29 не зависит от https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cxi, а является функцией только переменной https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Ceta,

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20W%3Df_%7B1%7D%28%5Ceta%29.

Учитывая это, уравнение (1.4) перепишем:

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cfrac%7B%5Cpartial%20V%28%5Cxi%2C%5Ceta%29%7D%7B%5Cpartial%20%5Ceta%7D%20%3D%20f_%7B1%7D%28%5Ceta%29.

Уравнение (1.5) будем интегрировать как обыкновенное дифференциальное уравнение по переменной https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Ceta при фиксированном параметре https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cxi. При этом добавляется не произвольная постоянная интегрирования, а произвольная функция параметра https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Cxi :

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20V%28%5Cxi%2C%5Ceta%29%3D%5Cint%5Climits_%7B%5Ceta_%7B0%7D%7D%5E%7B%5Ceta%7D%20f_%7B1%7D%28%5Czeta%29d%5Czeta%20&plus;%20g%28%5Cxi%29.

Первообразная произвольной функции https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20f_%7B1%7D%28%5Ceta%29 является произвольной функцией переменной https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20%5Ceta . Введем обозначение

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20f%28%5Ceta%29%3D%5Cint%5Climits_%7B%5Ceta_%7B0%7D%7D%5E%7B%5Ceta%7D%20f_%7B1%7D%28%5Czeta%29d%5Czeta%20%2C

и решение (1.6) перепишем:

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20V%28%5Cxi%2C%5Ceta%29%3Df%28%5Ceta%29&plus;g%28%5Cxi%29

Таким образом, общее решение уравнения (1.3) содержит две произвольные функции. Возвращаясь по формулам (1.2) к старым переменным https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20x и https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20t, получим общее решение однородного волнового уравнения (1.1)

https://latex.codecogs.com/gif.latex?%5Cinline%20u%28x%2Ct%29%3Df%28x-at%29&plus;g%28x&plus;at%29

**Начальные условия и параметры**

*Для решения всякой задачи необходимо задать начальные условия и параметры, которые определяют её решение или класс решений. Этот короткий раздел статьи должен содержать формулу, значение или таблицу значений, определяющие выбранные начальные условия с кратким пояснением, почему были выбраны именно такие параметры.*

Шаблон:

Для решения поставленной задачи необходимо определить следующие начальные условия: … Рассмотрим такие значения параметров, при которых… Характерно разные результаты можно получить, положив значения равными… С целью упрощения рассмотрения примем, что…

**Результаты моделирования**

*В этом разделе необходимо кратко изложить основные результаты выполненной работы, привести один-два рисунка, графика или таблицы, их иллюстрирующие. Нужно качественно описать результаты (к чему они приводят, чем различные решения поставленной задачи отличаются друг от друга и т.д.).*

Шаблон:

В результате численного моделирования были получены следующие результаты: … Приведённые графики показывают, что… Как видно из графика, решение приводит к…, в то время как для других начальных условий…

**Заключение и перспективы**

*Тут нужно описать результат выполнения работы в соответствие с поставленными целями и задачами, упомянуть значимость и перспективы дальнейшего развития исследования.*

Шаблон:

Проведённое исследование показало, что… В то же время, … Таким образом, решение задачи указывает на… Дальнейшим развитием этой работы может стать…